Chapitre 4

IPP tabulaire

En plus d'être plus rapide que la méthode classique quand elle est maîtrisée, cette façon de faire est aussi plus fiable et simples à mémoriser. Voir la fiche dédié.

4.1 Explications

Nous allons traiter 2 cas de figures : une intégration totale et une intégration partielle. Dans les 2 cas, la méthode utilise un tableau

4.1.1 Intégration totale

Prenons l'intégrale

$$F = \int x^3 \cos(x) \mathrm{d}x$$

Nous allons choisir de dériver x^3 et d'intégrer $\cos(x)$.

Nous pouvons réaliser ce tableau :

i	S	D	I
0	+	x^3	$\cos(x)$
1	-	$3x^2$	$\sin(x)$
2	+	$6x$	$-\cos(x)$
3	-	6	$-\sin(x)$
4	+	0	$\cos(x)$

Nous avons créé un tableau où on liste les dérivées et primitives successives des 2 fonctions jusqu'à ce que la dérivée soit nulle. À chaque nouvelle ligne, on change de signe.

Pour obtenir notre résultat, on somme ou soustrait selon le signe de la ligne i les produits de la dérivée i et de la primitive i+1. Une fois fait, on ajoute la primitive du produit de la dernière primitive et de la dernière dérivée. Dans le cas d'une intégrale totale, le produit est nul, et cette intégrale aussi.

Mettons en application :

$$\begin{aligned} F = &(+1)(x^3)(\sin x) \\ &+ (-1)(3x^2)(-\cos x) \\ &+ (+1)(6x)(-\sin x) \\ &+ (-1)(6)(\cos(x)) \\ &+ \int (+1)(0)(\cos x)\mathrm{d}x \end{aligned}$$

On obtient :

$$F = x^3 \sin x + 3x^2 \cos x - 6x \sin x - 6 \cos x$$

4.1.2 Intégration partielle

Lorsque, durant le processus d'intégration et de dérivation, on retombe sur un l'intégrale d'origine (sur une ligne) ou un multiple, on peut aussi s'arreter.

Prenons

$$G = \int e^x \cos(x)$$

On a le tableau suivant, où l'on obtient un multiple de l'intégrale sur la dernière ligne :

i	S	D	I
0	+	e^x	$\cos(x)$
1	-	e^x	$\sin(x)$
2	+	e^x	$-\cos(x)$

On calcule notre intégrale de la même façon que dans la partie précédente :

$$\begin{aligned} G = &(+1)(e^x)(\sin x) \\ &+ (-1)(e^x)(-\cos x) \\ &+ \int (+1)(e^x)(-\cos x)\mathrm{d}x \end{aligned}$$

En amenant l'intégrale du côté de G, on obtient

$$2 \int e^x \cos x \mathrm{d}x = e^x \sin x + e^x \cos x$$

soit

$$\int e^x \cos x \mathrm{d}x = \frac{1}{2}(e^x \sin x + e^x \cos x) = G$$