Chapitre

4

Espaces vectoriels

4.1 Espace vectoriel

Montrer qu'un ensemble est un EV

- On revient à la définition avec les 8 axiomes (non)
- On démontre que F est un SEV d'un EV déjà connu (oui)

Pour ce faire, on détermine une famille génératrice des F, ou on montre que que l'ensemble vérifie les propriétés de linéarités ($\lambda u_1 + u_2 \in F$).

Montrer qu'une famille est libre

On revient à la définition. On doit donc montrer que

$\forall(\lambda_1, \dots, \lambda_N), \lambda_1 v_1 + \dots + \lambda_N v_N = 0_E \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_N = 0$

Trouver la dimension d'un EV

Il faut trouver une base E. Le cardinal de cette famille est la dimension de E.

Montrer que 2 SEV sont égaux

- On montre que $F \subset G \wedge G \subset F$

- On montre que $\dim(F) = \dim(G)$ et que $F \subset G$ ou $G \subset F$

Montrer que 2 SEV sont supplémentaires

On peut

- Revenir à la définition, i.e montrer que $E = F + G$ et que $F \cap G = \{0_E\}$
- Montrer que tout élément de E se décompose de manière unique comme une somme d'un vecteur de F et d'un vecteur G
- Si E est de dimension finie, montrer que ($F \cap G = \{0_E\}$ ou $E = F + G$) et $\dim(E) = \dim(F) + \dim(G)$

4.2 Famille

Montrer qu'une famille est une base

En dimension quelconque, on montre que la famille est libre et génératrice dans E.

En dimension finie, on montre que $Card(F) = \dim(E)$, puis que F est libre