Chapitre 3

Fonctions Réciproques et croissance comparée

3.1 Fonctions trigonométriques

3.1.1 Réciproques de fonctions usuelles

Fonction	Réciproque	Domaine de Def
$\cos$	$\arccos$	$[-1,1] \to [0,\pi]$
$\sin$	$\arcsin$	$[-1,1] \to [-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$
$\tan$	$\arctan$	$\mathbb{R} \to [-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$

3.1.2 Fonctions hyperboliques

Définition

On définit 3 nouvelles fonctions :

Théorème 1.1 : Fonctions hyperboliques

- $\cosh(x) = \frac{e^x+e^{-x}}{2}$
- $\sinh(x) = \frac{e^x-e^{-x}}{2}$
- $\tanh(x) = \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)}$

Propriétés

Fonction	Dérivée
$\cosh(x)$	$\sinh(x)$
$\sinh(x)$	$\cosh(x)$
$\tanh(x)$	$\frac{1}{\cosh^2(x)}$

De plus, on a : $\cosh^2 - \sinh^2 = 1$.

3.1.3 Fonctions hyperboliques inverses

Fonction	Inverse	Domaine de Def
$\cosh(x)$	arcosh	$[-1, +\infty] \to \mathbb{R}$
$\sinh(x)$	arsinh	$\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$\tanh(x)$	artanh	$]-1, 1[\to \mathbb{R}$

3.2 Croissance comparée

Théorème 2.1 : Limites à connaître

On pose $a, n > 0$

- $\lim\limits_{+\infty} \frac{e^{ax}}{x^n} = +\infty$
- $\lim\limits_{+\infty} \frac{x^a}{(\ln(x))^n} = +\infty$
- $\lim\limits_{-\infty} |x|^n e^{ax} = 0$
- $\lim\limits_{0^+} |\ln(x)|^n x^a = 0$