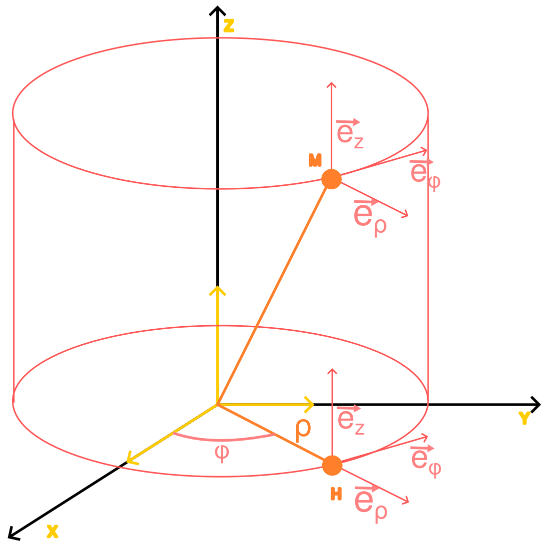
Chapitre 5

Systèmes de coordonnées

5.1 Système cylindrique

5.1.1 Coordonnées

Les coordonnées en fonctions de z ne changent pas.



Coordonnées cartésiennes en fonction des cylindriques

- $x = \rho \cos(\varphi)$
- $y = \rho \sin(\varphi)$

Coordonnées cylindriques en fonction des cartésiennes

- $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$
- $\varphi = \tan^{-1}(\frac{y}{x}) = \cos^{-1}(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}})$ ×

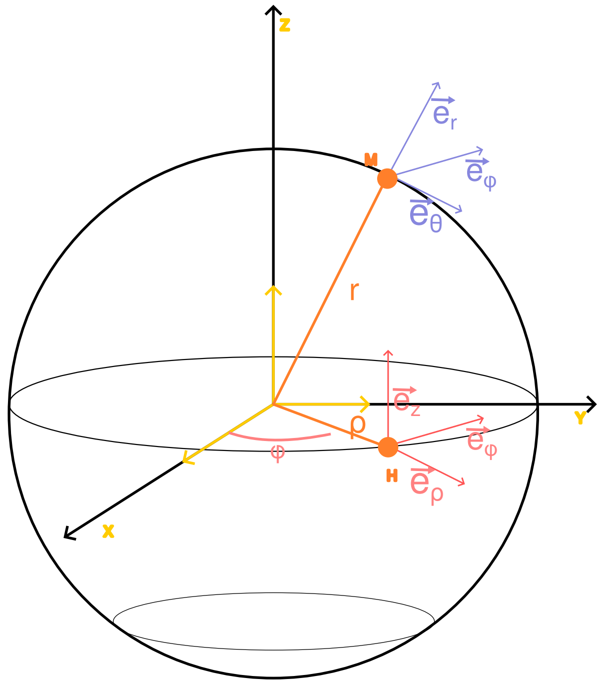
× Difficulté
Attention aux conditions pour utiliser ces formules : celle avec $\tan^{-1}$ nécessite que y et x soient positifs et celle avec $\cos^{-1}$ que y soit positif.

5.1.2 Relation entre les vecteurs

- $\vec{e_\rho} = \cos(\varphi)\vec{e_x} + \sin(\varphi)\vec{e_y}$
- $\vec{e_\varphi} = -\sin(\varphi)\vec{e_x} + \cos(\varphi)\vec{e_y}$

5.2 Système sphérique

5.2.1 Coordonnées



Lien avec les coordonnées cylindriques

Dans les 2 cas, φ ne change pas.

- $\rho = r\sin\theta$
- $z = r\cos\theta$

Coordonnées sphériques → cartésiennes

- $r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$
- $\theta = \cos^{-1}(\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}})$
- $\varphi = \tan^{-1}(\frac{y}{x}) = \cos^{-1}(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}})$

Coordonnées cartésiennes → cylindrique

- $x = r\sin(\theta)\cos(\varphi)$
- $y = r\sin(\theta)\sin(\varphi)$
- $z = r\cos(\theta)$

5.2.2 Relation entre les vecteurs

Base cylindrique

- $\overrightarrow{e_\varphi} = \overrightarrow{e_\varphi}$
- $\overrightarrow{e_r} = \sin(\theta)\overrightarrow{e_\rho} + \cos(\theta)\overrightarrow{e_z}$
- $\overrightarrow{e_\theta} = \cos(\theta)\overrightarrow{e_\rho} - \sin(\theta)\overrightarrow{e_z}$

Base cartésienne

- $\overrightarrow{e_\varphi} = -\sin(\varphi)\overrightarrow{e_x} + \cos(\varphi)\overrightarrow{e_y}$
- $\overrightarrow{e_r} = \sin(\theta)\cos(\varphi)\overrightarrow{e_x} + \sin(\theta)\sin(\varphi)\overrightarrow{e_y} + \cos(\theta)\overrightarrow{e_z}$
- $\overrightarrow{e_\theta} = \cos(\theta)\cos(\varphi)\overrightarrow{e_x} + \cos(\theta)\sin(\varphi)\overrightarrow{e_y} - \sin(\theta)\overrightarrow{e_z}$