Chapitre

4

Éléments dynamiques et énergétiques / Formulaire

4.1 Dynamique générale

4.1.1 Moment de forces

Définition 1.1 : Somme de Forces dans un solide

$$\sum \overrightarrow{F} = \int \overrightarrow{fv} \cdot \mathrm{d}v$$

avec fv la densité volumique de Force qui s'exerce sur le volume élémentaire.

Définition 1.2 : Moment de force

$$\overrightarrow{M_O}(\sum \overrightarrow{F}) = \int OA \wedge \overrightarrow{fv} \cdot \mathrm{d}v$$

avec O un point quelconque et A qui appartient à S. fv s'applique en A.

Point du solide

Le point A ne doit pas être obligatorement le même dans l'ensemble de la somme. Ainsi, pour un cube posé sur le sol, A est le centre de Masse C pour le poids et I pour la réaction du support. On a alors $\overrightarrow{M_O} = \overrightarrow{OC} \wedge \overrightarrow{P} + \overrightarrow{OI} \wedge \overrightarrow{N}$

4.1.2 PFD

Théorème 1.1 : Théorème de la quantité de mouvement

$M\overrightarrow{a_c} = \sum \overrightarrow{F_{ext}}$ avec C le CDM

Théorème 1.2 : Théorème du moment cinétique avec O fixe ou C centre de masse (fixe ou mobile)

$$\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_O}}{\mathrm{d}t}\right) = \sum \overrightarrow{M_{O,ext}}$$

Théorème 1.3 : Théorème du moment cinétique avec O mobile

$$\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{L_O}}{\mathrm{d}t}\right) + \overrightarrow{v_o} \wedge M\overrightarrow{v_c} = \sum \overrightarrow{M_{O,ext}}$$

avec vc la vitesse du centre de masse

4.2 Lois de Coulombs

Définition 2.1 : Point de contact des actions de contact

Quand le moment en un point I des actions mécaniques de contact est nul, on les modélise comme une force appliquée en I. Il faut donc que $\overrightarrow{M_I^{AC}} = \overrightarrow{0}$

Théorème 2.1 : Vitesse de glissement nulle

$T \leq \mu_s N$

Théorème 2.2 : Vitesse de glissement non nulle

$\overrightarrow{T} = \mu_d N \overrightarrow{e_{vg}}$ avec $\overrightarrow{e_{vg}}$ le vecteur unitiare de la vitesse de glissement.

4.3 Aspect énergétiques

4.3.1 Puissance et travail

Généralités

Théorème 3.1 : Puissance extérieure

$$P_{ex} = \sum_i \overrightarrow{F_{ex \to i}} \cdot \overrightarrow{V_{Ai}}$$

Théorème 3.2 : Travail des forces extérieure

$$\delta W_{ex} = \sum_i \overrightarrow{F_{ex \to i}} \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{OA_i}$$

Application à un solide

Théorème 3.3 : Puissance appliquée à un solide

$$P = \sum \overrightarrow{F} \cdot \overrightarrow{v_A} + \overrightarrow{\omega} \cdot \overrightarrow{M_A}(\sum(\overrightarrow{F}))$$

4.3.2 Exemples de travail

Théorème 3.4 : Puissance du poids

$$P_{poids} = M\overrightarrow{g} \cdot \overrightarrow{v_c}$$

et

$$W_{poids} = M\vec{g} \cdot \overrightarrow{OC}$$

Théorème 3.5 : Puissance totale des actions de contact

$$P_t^{ac} = \overrightarrow{R_{S_2 \to S_1}} \cdot \overrightarrow{v_{g12}}$$

Définition 3.1 : Liaison pivot parfaite

Une liaison qui autorise juste un mouvement de rotation autour d'un axe fixe

4.3.3 Théorèmes cinétiques

Théorème 3.6 : Théçrème de l'énergie cinétique

$$\frac{\mathrm{d}E_k}{\mathrm{d}t} = P_{ex}$$

et

$$\mathrm{d}E_k = \delta W^{ex}$$

4.3.4 Énergies potentielles

Théorème 3.7 : Énergie potentillle de pesanteur

$$E_{pp} = -M\vec{g} \cdot \overrightarrow{OC} + Cst$$

Théorème 3.8 : Accélération d'entrainement

$$\vec{a_e} = -\omega^2 \overrightarrow{H_i A_i}$$

> avec Hi le projeté de Ai sur l'axe de rotation.