Chapitre 3

Interférences d'ondes lumineuses

Définition 0.1 : Diffraction

Étalement transverse d'une onde au cours de sa propagation, en particulier quand l'onde rencontre un onjet dont la taille est comparable à la longueur d'onde

3.1 Calcul général

Théorème 1.1 : Principe de Huygens

$$\underline{\psi(M)} = K \iint_{(P\in S)} \underline{\psi(P)} \frac{e^{ikPM}}{PM} \mathrm{d}S$$

avec P les points de la surface et M le point pour lequel on évalue la fnction d'onde

Théorème 1.2 : Diffraction à l'infini de Fraunhofer

$$\underline{\psi(M)} \simeq K \frac{e^{ikOM}}{OM} \iint \mathrm{d}S \underline{\psi(P)} e^{-ik(x\sin(\theta_x)+y\sin(\theta_y))}$$

Théorème 1.3 : Diffraction à l'infini de Fraunhofer avec les fréquences spatiales

$$\underline{\psi(M)} \simeq K \frac{e^{ikOM}}{OM} \iint \mathrm{d}S \underline{\psi(P)} e^{-2i\pi(ux+vy)}$$

Définition 1.1 : Fréquences spatiales

$$u = \frac{\sin(\theta_x)}{\lambda_0} = \frac{x_M}{\lambda_0 OM}$$

et pareil pour v

3.2 Calcul pour une fente

On utilise $\sin(\theta) = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i}$

On utilise la fonction sinus cardinal. Les a et b apparaissent car dans l'expression, on divise par tout l'argument du sinus, mais a et b n'apparaissent déjà au dénominateur. Il faut donc artificiellement les introduire pour utiliser la fonction

$$\begin{aligned}
\underline{\psi(u,v)} &= K \iint \mathrm{d}x\mathrm{d}y\underline{\psi(P)}e^{-2i\pi(ux+vy)} \\
&= K \int_{-a/2}^{a/2} \mathrm{d}x \int_{-b/2}^{b/2} \mathrm{d}y \psi_0 e^{-i\omega t} e^{2i\pi(u_0x+v_0y)} \times e^{-2i\pi(ux+vy)} \\
&= K\psi_0 e^{-i\omega t} \int_{-a/2}^{a/2} \mathrm{d}x e^{-2i\pi(u-u_0)x} \int_{-b/2}^{b/2} \mathrm{d}y e^{-2i\pi(v-v_0)y} \\
&= K\psi_0 e^{-i\omega t} \left[\frac{e^{-2i\pi(u-u_0)x}}{-2i\pi(u-u_0)}\right]_{-a/2}^{a/2} \times \left[\frac{e^{-2i\pi(v-v_0)y}}{-2i\pi(v-v_0)}\right]_{-b/2}^{b/2} \\
&= K\psi_0 e^{-i\omega t} \times \frac{-1}{2i\pi(u-u_0)}(\underbrace{e^{-i\pi(u-u_0)a} - e^{+i\pi(u-u_0)a}}_{=-2i\sin(\pi(u-u_0)a)}) \\
&\quad \times \frac{-1}{2i\pi(v-v_0)}(\underbrace{e^{-i\pi(v-v_0)b} - e^{+i\pi(v-v_0)b}}_{=-2i\sin(\pi(v-v_0)b)}) \\
&= K\psi_0 e^{-i\omega t} \times \frac{1}{\pi(u-u_0)} \sin(\pi(u-u_0)a) \\
&\quad \times \frac{1}{\pi(v-v_0)} \sin(\pi(v-v_0)b) \\
&= K' \times a\mathrm{sinc}((u-u_0)a)b\mathrm{sinc}((v-v_0)b) \\
&= K'ab \times \mathrm{sinc}((u-u_0)a)\mathrm{sinc}((v-v_0)b)
\end{aligned}$$

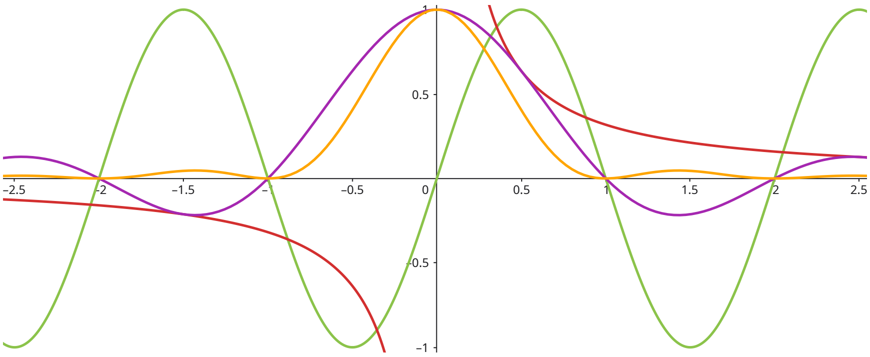
Donc

Théorème 2.1 : Intensité pour une fente

$$I = I_0 \times \mathrm{sinc}((u-u_0)a)^2 \mathrm{sinc}((v-v_0)b)^2$$

3.3 Interprétation physique

3.3.1 Représentation de la fonction sinc



avec sinc en violet et sinc^2 en jaune.

La courbe du sinus cardinal présente un pic autour de l'origine suivi d'oscillations d'amplitude décroissantes. Elle s'annule quand $s \neq 0$ et entier avec des extremas proche de s demi-entier. L'effet de la multiplication par a ou b dilate ou comprime l'axe des abscisses d'un facteur a ou b .

Astuce

(pour a>1, c'est comprimé, pour a<1, c'est étiré)

3.3.2 Conséquences

Proposition 3.1 : Étalement angulaire

La diffraction conduit à un étalement angulaire de l'ordre de $\frac{\lambda_0}{a}$ avec a la largeur de la fente.

La tache de diffraction est centrée sur l'image géométrique x_0, y_0

La tache de diffraction est d'autant plus large que la fente est petite.