

1. Introduction

1.1. Objectifs

L'objectif de ce TP est de mettre en évidence les propriétés optiques fondamentales des réseaux optiques. Pour cela, nous étudierons le spectre et figures de diffractions obtenus à partir d'une lampe à mercure.

1.2. Sommaire

Ce TP se décompose en quatre parties :

1. Réglage du goniomètre
2. Étude du réseau en incidence normale
3. Étude du réseau en incidence variable
4. Étude du minimum de déviation du réseau

2. Protocole

2.1. Matériel

- Réseau d'amplitude en transmission
- Lampe à vapeur de mercure
- Goniomètre de précision

2.2. Description du montage expérimental

Le goniomètre est composé d'une lunette, d'une platine sur lequel se trouve le réseau et d'une lentille collimateur. La lunette se compose d'un oculaire, d'une source de lumière accompagnée d'un miroir escamotable, d'un réticule et d'une lentille objectif. Une représentation schématique se trouve en figure 1

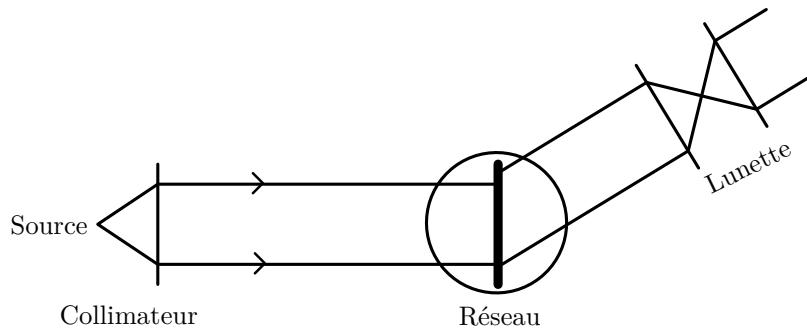


FIGURE 1 – Schéma représentant le trajet de la lumière dans le goniomètre

2.3. Réglages

2.3.1. Lunette

Le réglage se divise en 2 parties : l'une fixe et l'autre qui dépend de la vue de l'observateur. On commence par le réglage de l'oculaire, qui dépend de l'observateur. Pour cela, on ajuste simplement la distance entre le réticule et l'oculaire.

Le deuxième réglage permet d'observer une image nette quand les faisceaux proviennent de l'infini. Pour cela, on utilise le miroir escamotable pour observer par la méthode d'autocollimation l'image nette du réticule.

2.3.2. Collimateur

Le but de ce réglage est d'obtenir en entrée du réseau des rayons parallèles. On ajuste pour cela la distance entre la fente source et la lentille du collimateur.

2.3.3. Relève du décalage par rapport au 0

Il faut maintenant relever la valeur de décalage par rapport 0. En effet, le zéro du cercle gradué n'est pas forcément aligné avec la direction réelle du faisceau. Cette valeur est la normale initiale au réseau et sera notée $\Theta_{i,0}$.

2.4. Mesures à effectuer

2.4.1. Étude en incidence normale

1. La lunette se trouve en position $\Theta_{i,0}$
2. On active le miroir escamotable de la lunette
3. On fait pivoter le réseau de façon à faire coincider le réticule de la lunette et l'image par le réseau.
4. Relever les positions des angles pour différentes raies (violet, indigo, bleu-vert, vert, doublet jaune) en se déplaçant dans le sens antitrigonométrique (voir schéma).

2.4.2. Étude en incidence variable

1. La lunette se trouve en position $\Theta_{i,0}$
2. Régler la lunette sur l'angle θ_i
3. Faire pivoter le réseau de façon à faire coincider le réticule de la lunette et l'image par le réseau.
4. Replacer la lunette en $\Theta_{i,0}$
5. Relever l'angle pour la raie de couleur verte en déplaçant dans le sens antitrigonométrique. Il faudra soustraire à l'angle relevé l'angle θ_i .

2.5. Étude du minimum de déviation

1. La lunette se trouve en position $\Theta_{i,0}$
2. Avec une feuille blanche, relever la position de la raie verte
3. Faire tourner le réseau dans le sens trigonométrique et suivre avec la feuille la raie
4. Une fois que la raie ne parvient plus à ce décaler vers l'extérieur, relever avec le vernier la position de la raie
5. Faire de même dans le sens antitrigonométrique.

3. Mesures

3.1. Étude en incidence normale

3.1.1. Données

Raie	Longueur donde	Angle Brut	Angle par rapport à la normale
Jaune	579	200,07	19,99
Jaune 2	577	200,02	19,94
Vert	546,1	198,56	18,48
Bleu-vert	491,6	197,0	16,92
Indigo	435,8	195	14,92
Violet	404,7	193,57	13,49

3.1.2. Incertitudes

L'incertitude du goniomètre est de 30'', une fois bien réglé. La position du réticule sur notre goniomètre n'étant pas optimale (trop bas pour une lecture précise), on ajoute environ 1' à l'incertitude due à l'imprécision du réglage. De plus, de par la largeur des raies, on peut ajouter environ 10'', ce qui donne une incertitude de 1,40' environ.

3.2. Étude en incidence variable

3.2.1. Données

Ici, le décalage par rapport au 0 est de 180.8.

θ_i	θ_{if}	θ_d	θ_{df}	$\theta_{df,c}$
10	190	198,4	8,4	-8,4
20	200	199	-1	
30	210	199,53	-10,47	10,47
40	220	201,24	-18,76	18,76
50	230	203,44	-26,56	26,56
60	240	207,08	-32,92	32,92

Les angles $\theta_{df,c}$ sont obtenus en prenant l'opposé des angles mesurés pour respecter les conventions du sens positif dans les parties théoriques, qui sont différentes de celles présentes dans la manipulation.

3.2.2. Incertitudes

L'incertitude sur la différence vaut 2 fois l'incertitude du goniomètre soit $60''$.

3.3. Étude au minimum de déviation

3.3.1. Données

Angle minium 1	Angle miniumum 2
199.52	161.35

4. Graphiques

4.1. Étude en incidence normale

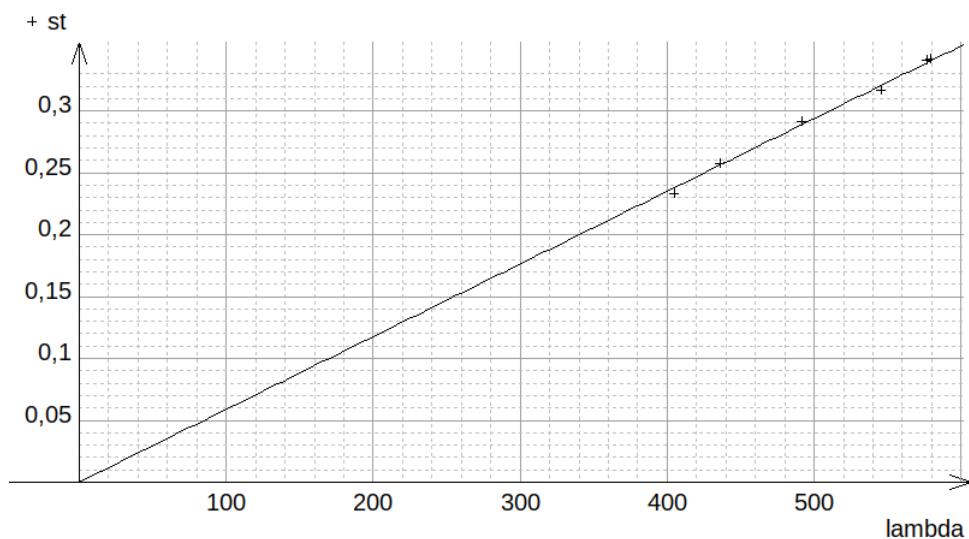


FIGURE 2 – Évolution de $\sin(\theta_d)$ en fonction de la longueur d'onde de la raie $\cdot 10^{-9}\text{m}$

4.2. Étude en incidence variable

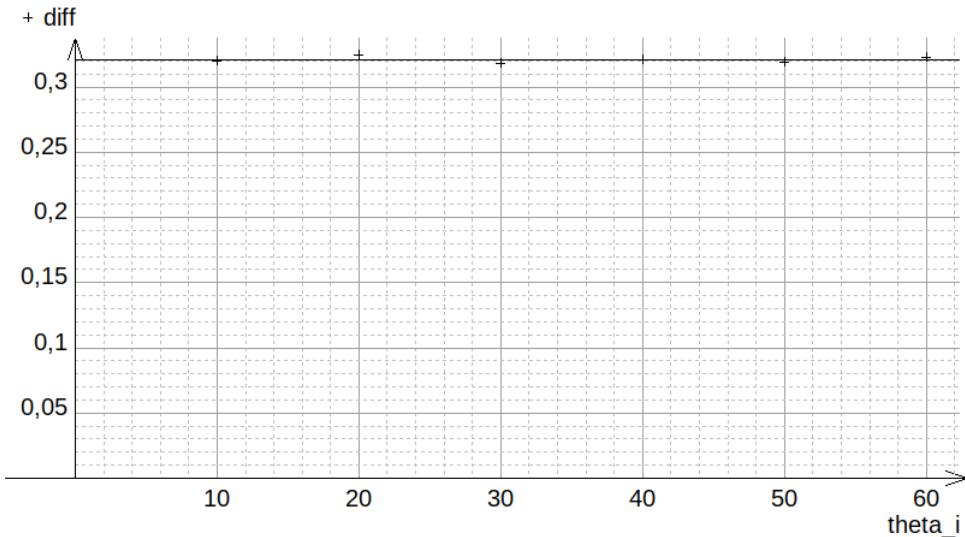


FIGURE 3 – Évolution de $\sin(\theta_d) - \sin(\theta_i)$ en fonction de θ_i (ŕ)

5. Exploitation des résultats

5.1. Étude en incidence normale

On utilise la relation

$$\sin(\theta_d) - \sin(\theta_i) = kN\lambda = k\lambda \frac{1}{p} \quad (1)$$

Avec regressi, on obtient en traçant $\sin(\theta_d) = f(\lambda)$ et en modélisant par $\sin(\theta_d) = N \times \lambda$ les valeurs $N = (587,5 \pm 2,5)10^3 m^{-1}$ et $p = (1,7022 \pm 0,0073)10^{-3} m$.

On peut aussi retrouver ces valeurs en utilisant la relation individuellement sur chaque mesure à l'aide de la formule ci-dessus, en posant $\sin(\theta_i) = 0$ car nous sommes en incidence normale.

L'incertitude liée à la longueur d'onde peut être négligée devant celle liée à la mesure de l'angle. Celle ci-dépend de l'angle brut et de l'angle de la normale mesuré. L'incertitude sur un angle doit donc être multipliée par 2. On obtient finalement $u(\theta_d) = 2.8' \simeq 0.05$. On peut déterminer l'incertitude sur les résultats avec $u(N) = N \cdot \frac{u(\theta_d)}{\theta_d}$. De cette façon, on obtient finalement :

Raie	Longueur donde ($\cdot 10^{-9} m$)	N calculé ($\cdot 10^3 m^{-1}$)	Incertitude ($\cdot 10^3 m^{-1}$)
Jaune	579	590,1	1,4
Jaune 2	577	590,7	1,4
Vert	546,1	580,1	1,5
Bleu-vert	491,6	591,7	1,7
Indigo	435,8	590,5	1,9
Violet	404,7	576,1	2,1

5.2. Étude en incidence variable

Nous avons mesuré en réalité à chaque fois la raie de l'ordre -1, nous devons donc, pour obtenir une égalité avec $\lambda \cdot N$, multiplier par -1. De cette façon, on obtient

	theta _i	theta _d	sin(theta _d) - sin(theta _i)
10	-8,4	0,319570542099958	
20	1	0,324410288837497	
30	10,47	0,31814053087621	
40	18,76	0,321068893728363	
50	26,56	0,318835471511551	
60	32,92	0,322536871163414	

En modélisant dans régressi, on obtient une nouvelle valeur de N : $N = N = (587,5 \pm 1,8)10^3$. On remarque que l'incertitude sur ce résultat est plus faible que pour le résultat précédent.

On peut aussi trouver des résultats semblables en effectuant le calcul pour des mesures individuelles. L'incertitude sur le résultat est lié à l'incertitude de θ_i et θ_d .

On utilise donc la formule :

$$\frac{u(N)}{N} = \sqrt{\left(\frac{u(\theta_d)}{\theta_d}\right)^2 + \left(\frac{u(\theta_i)}{\theta_i}\right)^2}$$

Les incertitudes sur θ_i et θ_d sont aussi de 2.8' chacunes.

Par exemple, pour la mesure $\theta_i = 30^\circ$ et $\theta_d = 10,47^\circ$, l'incertitude angulaire vaut

$$u(\theta) = 2.8' = \frac{2.8^\circ}{60} = 0.04667^\circ.$$

Les incertitudes relatives sont alors :

$$\frac{u(\theta_i)}{\theta_i} = \frac{0.04667}{30} = 1.56 \times 10^{-3}, \quad \frac{u(\theta_d)}{\theta_d} = \frac{0.04667}{10.47} = 4.46 \times 10^{-3}.$$

L'incertitude relative sur N devient :

$$\frac{u(N)}{N} = \sqrt{(4.46 \times 10^{-3})^2 + (1.56 \times 10^{-3})^2} = 4.72 \times 10^{-3}.$$

En prenant $N = 5.87 \times 10^5$, on obtient :

$$u(N) = 5.87 \times 10^5 \times 4.72 \times 10^{-3} = 2.77 \times 10^3$$

Ainsi,

$$N = (5.87 \pm 0.28) \times 10^5$$

L'incertitude est nettement plus grande que celle obtenue par régression, ce qui est normal (et attendu) : la régression linéaire réduit l'incertitude en combinant plusieurs mesures.

5.3. Minium de déviation

On peut calculer le minimum de déviation avec

$$D_m = \frac{Y_1 - Y_2}{2} \tag{2}$$

On en déduit N avec

$$2 \sin\left(\frac{D_m}{2}\right) = kN\lambda \quad (3)$$

Ici, $k=1$.

On mesure les angles Y_1 et Y_2 avec les mêmes incertitudes $u(Y_1) = u(Y_2) = u(Y)$.

Le minimum de déviation est

$$D_m = \frac{Y_1 - Y_2}{2}.$$

Ce qui correspond à une incertitude de

$$u(D_m) = \frac{1}{2} \sqrt{u(Y_1)^2 + u(Y_2)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{2 u(Y)^2} = \frac{u(Y)}{\sqrt{2}}.$$

Si l'on suppose λ sans incertitude et que l'angle est suffisamment petit¹ pour approximer

$$\sin\left(\frac{D_m}{2}\right) \approx \frac{D_m}{2},$$

on obtient alors

$$N \approx \frac{D_m}{\lambda}.$$

Dans ce cas, on a

$$\frac{u(N)}{N} = \frac{u(D_m)}{D_m}.$$

En remplaçant $u(D_m)$, on obtient

$$\frac{u(N)}{N} = \frac{u(Y)}{\sqrt{2} D_m}$$

et

$$u(N) = N \frac{u(Y)}{\sqrt{2} D_m}.$$

En prenant $u(Y) = 1.4'$ et les valeurs obtenues de Y, on obtient finalement $N = (6.07 \pm 0.05) \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}$. C'est proche des valeurs obtenues en partie précédente.

6. Conclusion

Ce TP nous a permis d'appréhender les propriétés de diffraction d'un réseau optique en utilisant les raies d'émission d'une lampe à vapeur de mercure. Nous avons pu déterminer la densité de traits N à l'aide de 3 approches :

- L'étude en incidence normale, exploitée par régression linéaire, nous a permis d'obtenir une valeur de $N = (587,5 \pm 2,5) \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$.
- L'étude en incidence variable, également exploitée par régression linéaire, a abouti à une valeur cohérente de $N = (587,5 \pm 1,8) \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$, présentant l'incertitude la plus faible grâce à la multiplication des points de mesure.
- Enfin, la méthode du minimum de déviation a donné un résultat de $N = (607 \pm 5) \cdot 10^5 \text{ m}^{-1}$.

1. On suppose que l'angle trouvé, d'environ 15° est assez petit pour réaliser l'approximation.

L'écart observé avec la méthode du minimum de déviation peut s'expliquer la difficulté expérimentale à identifier avec précision le point de rebroussement de la raie verte. De plus, contrairement aux autres méthodes, nous ne pouvons pas réduire l'erreur en faisant plusieurs mesures pour la même raie².

Néanmoins, la convergence des résultats obtenus en incidence normale et variable valide la loi des réseaux : $\sin(\theta_d) - \sin(\theta_i) = kN\lambda$. Ce travail met en évidence l'importance cruciale des réglages préliminaires du goniomètre (autocollimation et réglage du collimateur) pour minimiser les erreurs systématiques et garantir la fiabilité des mesures angulaires.

L'indication fournie pour le réseau est de 15 000 traits par pouce. Comme un pouce correspond à 0,0254 m, la densité de traits théorique N_{th} est :

$$N_{th} = \frac{15\,000}{0,0254} \approx 590\,551 \text{ m}^{-1} \approx 590,6 \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$$

Nous avons obtenu expérimentalement $N_{exp} = (587,5 \pm 2,5) \cdot 10^3 \text{ m}^{-1}$. L'erreur relative entre la valeur théorique et la valeur expérimentale est de :

$$\frac{|N_{th} - N_{exp}|}{N_{th}} = \frac{|590,6 - 587,5|}{590,6} \approx 0,52\%$$

Cet écart très faible confirme la validité de nos mesures. La légère différence peut s'expliquer par l'imprécision du réglage du goniomètre.

2. On aurait pu cependant effectuer la mesure du minimum de déviation avec d'autres raies puis effectuer, comme avec les autres méthodes, une régression linéaire pour déterminer N