



Chapitre

État stationnaire

π Proposition 0.1 : Rappels : Dimensions

- $[\psi] = L^{-3/2}$
- $[V] = E = ML^2T^{-2}$
- $[\hbar] = ML^2T^{-1}$

π Proposition 0.2 : État stationnaire et propriétés

Il vérifie $H\psi = E\psi$ et la densité de probabilité est indépendante du temps.

π Définition 0.1 : État stationnaire de diffusion

Les états stationnaires tels que l'énergie $E \geq V_{im}$.

π Proposition 0.3

Pour $E > 0$, il n'existe qu'un état stationnaire de diffusion. Le spectre associé est donc continue et non dégénéré.

π Proposition 0.4

La fonction d'onde ϕ qui représente l'état se comporte asymptotiquement comme une onde de Broglie, une onde plane. Elle n'est donc pas normalisable et pas physiquement acceptable.



Proposition 0.5

Pour R et T, on a toujours $R+T=1$. Par contre, il n'y a aucune raison que $r+t=1$.



Proposition 0.6

- Marche de potentiel : toujours une réflexion et il a une onde evanescente transmise de longueur de pénétration $\delta = \hbar / \sqrt{2m(V_0 - E)}$.



Définition 0.2 : Effet tunnel

Propriété qu'à un système quantique de franchir une barrière de potentiel même si son énergie E est inférieure à l'énergie de cette barrière.



Proposition 0.7 : Transmission pour une barrière large

Pour une barrière très large,

$$T(E) = \frac{16(V_0 - E)E}{V_0^2} e^{-2a/\delta}$$

avec

$$\delta = \frac{\hbar}{\sqrt{2m(V_0 - E)}}$$



Définition 0.3 : États liés

États stationnaires dont l'énergie est inférieure à la barrière du potentiel.



Théorème 0.1 : Théorème spectral

Le spectre associé aux états stationnaires liés est discret, fini ou infini dénombrable et non-dégénéré.



Théorème 0.2 : États stationnaires liés

$$E_n = n^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$$

avec $n \in \mathbb{N}$

De plus, pour n pair

$$\phi_n = \frac{2}{L} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

et cos si n impair.



Proposition 0.8

Dans un potentiel harmonique $V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2$. Les solutions sont de la forme

$$\phi_n = c_n H_n \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right)$$

et avec $a = \sqrt{\hbar/m\omega}$. Le spectre vaut $E_n = \hbar\omega(1 + \frac{1}{2}), n \in \mathbb{N}$.



Proposition 0.9 : État fondamental dans un puit d'harmonique harmonique

Elle a une énergie non nulle et une fonction d'onde associée à une Gaussienne :

$$\phi = K \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2}\right)$$